

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПЛОТНОСТИ МАТЕРИАЛА ДИСПЕРСНЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ НА ПРОЦЕСС РАЗЛЕТА ГАЗОВЗВЕСИ В ВАКУУМ

## NUMERICAL STUDY OF THE INFLUENCE OF MATERIAL DENSITY OF DISPERSED INCLUSIONS ON THE PROCESS OF GAS-SUSPENSION SPLITTING IN VACUUM



**А. А. Ахунов,**  
Казанский национальный  
исследовательский технический  
университет, г. Казань  
Akhunov.Adel@yandex.ru

**A. Akhunov,** Kazan National  
Research Technical University,  
Kazan



**Д. А. Тукмаков,**  
Казанский научный центр РАН,  
г. Казань  
tukmakovDA@imm.knc.ru

**D. Tukmakov,**  
Kazan Scientific Center RAS

**М**атематически моделируется течение однородного газа и неоднородной среды, представляющей собой взвесь твердых частиц в газе – газовзвесь. Целью работы является изучение влияния плотности материала частиц твердой компоненты смеси на процесс истечения смеси в вакуум и выявление отличий от процесса истечения в вакуум однородного газа. При моделировании процесса истечения учитывались вязкость, сжимаемость и теплопроводность газа. Математическая модель, примененная в исследовании, реализует континуальную методологию моделирования течения неоднородной среды.

Особенностью этой методики является то, что при описании движения смеси записывается полная гидродинамическая система уравнений движения для каждой из компонент смеси. При этом системы уравнений движения компонент смеси связаны слагаемыми, отвечающими за межфазное силовое и тепловое взаимодействие.

Важность учета межкомпонентного взаимодействия в смеси связана с тем, что динамика гетерогенных сред – смесей, в которых компоненты имеют различное агрегатное состояние, во многом определяется эффектами, связанными с межкомпонентным взаимодействием. Система уравнений математической модели включает уравнения непрерывности для плотности несущей среды и «средней плотности» дисперсной компоненты смеси.

Для описания сохранения импульса несущей среды решалось уравнение Навье – Стокса, для дисперсной компоненты смеси также записывалось уравнение сохранения импульса с учетом слагаемых, отвечающих за межкомпонентное взаимодействие. Уравнения сохранения энергии компонент смеси решались с учетом межкомпонентного теплообмена. Система уравнений математической модели, дополненная краевыми условиями, решалась явным конечно-разностным методом второго порядка точности.

В результате моделирования выявлены отличия в распределении параметров сплошной среды при распространении в вакуум чистого газа и газовой взвеси частиц. Выявлено влияние плотности материала частиц на процесс истечения несущей среды и дисперсной компоненты газовзвеси в вакуум

**Ключевые слова:** газовзвесь; уравнение Навье – Стокса; численное моделирование; уравнения в частных производных; краевая задача; моделирование технологических процессов; межкомпонентное взаимодействие; газовая динамика; скоростные потоки газа; истечение в вакуум

**I**n the article, the flow of a homogeneous gas and inhomogeneous medium representing a suspension of solid particles in a gas – gas suspension is mathematically modeled. The aim of the work is to study the effect of material density of the solid component particles of the mixture on the process of the mixture outflow into vacuum and to identify differences from the process of a homogeneous gas outflow into vacuum. When simulating the outflow process, the viscosity, compressibility and thermal conductivity of the gas were taken into account. The

mathematical model described in this article implements a continuous methodology for modeling the inhomogeneous medium flow.

A feature of this technique is that when describing the motion of a mixture, a complete hydrodynamic system of motion equations is recorded for each of the components of the mixture. In this case, the systems of motion equations of the mixture components are connected with the components responsible for interphase force and thermal interaction.

The importance of taking into account the intercomponent interaction in a mixture is due to the fact that the dynamics of heterogeneous media, mixtures in which the components have different aggregate states, are largely determined by the effects associated with intercomponent interaction. The system of the mathematical model equations includes continuity equations for the density of the carrier medium and the “average density” of the dispersed component of the mixture.

To describe the momentum conservation of the carrier medium, the Navier – Stokes equation has been solved; for the dispersed component of the mixture; the equation of momentum conservation has also been written, taking into account the terms responsible for the intercomponent interaction. The energy conservation equations for the mixture components have been solved, taking into account inter-component heat transfer. The system of the mathematical model equations, supplemented by boundary conditions, has been solved by an explicit finite-difference method of the second order of accuracy.

As a result of the simulation, differences in the distribution of the parameters of a continuous medium during the propagation of pure gas and gas suspension of particles into a vacuum are revealed as well as the influence of the material density of the particles on the process of the carrier medium and dispersed component expiration of the gas suspension in vacuum

**Key words:** gas suspension; Navier – Stokes equation; numerical simulation; partial differential equations; boundary value problem; modeling of technological processes; intercomponent interaction; gas dynamics; high-speed gas flows; outflow into vacuum

**В**ведение. Течения неоднородных сред встречаются как в естественной природе, так и в технике. В ряде монографий описана методология моделирования течений неоднородных сред [9; 11; 16]. Теоретическому и экспериментальному исследованию динамики неоднородных сред посвящены публикации в периодических изданиях [1–8; 10; 12; 14–16; 18–20].

Во многом интерес к исследованию таких сред связан с оптимизацией работы реактивных двигателей и экранированием промышленных взрывов взвесями жидких капель либо твердых частиц [1; 3]. Изучение динамических процессов в неоднородных средах связано с проблемами сварочной техники, экологии и здравоохранения [4; 6–8; 10]. Течения неоднородных сред встречаются также в технологиях обогащения полезных ископаемых [2].

Истечение неоднородной среды в разряженный газ происходит при работе газозаборных аппаратов. В статье «Аспирация аэрозоля в цилиндрический пробоотборник из низкоскоростного нисходящего потока и из неподвижной среды» аналитически смоделирован процесс аспирации аэрозоля в двумерной области, без учета взаимного влияния несущей и дисперсной среды.

Предполагалось, что динамика дисперсной компоненты не оказывает влияния на движение несущей среды [5]. Анализ теоретических и экспериментальных исследований динамики аэрозолей указывает, что процессы межфазного взаимодействия приводят к существенным отличиям характеристик течений однородных сред и дисперсных смесей [9].

*Объектом исследования* являются газовзвеси, или аэрозоли – неоднородные среды, состоящие из взвешенных в газе частиц. В случае, если дисперсная компонента газовзвеси является жидкостью, такие среды называются газочапельными, если дисперсная компонента газовзвеси состоит из твердых частиц – запыленными.

*Предметом исследования* является один из видов течений газовзвеси, так называемое «истечение в вакуум». Для невязкого газа существуют представленные в научной литературе аналитические решения. Однако реальные газы являются вязкими средами, в связи с чем при моделировании возникает необходимость учесть вязкость среды. В данной работе вязкость несущей среды учитывается.

*Целью исследования* является определение того, каким образом плотность дис-

персной компоненты среды влияет на истечение химически и термодинамически (без фазовых переходов) инертной газозвеси, при этом, как правило, инертные газозвеси являются запыленными средами, т. е. взвесьями твердых частиц. Необходимость подобных теоретических исследований для промышленности связана с тем, что наличие дисперсных включений оказывает значительное влияние на характер процессов и рабочие характеристики устройств, в которых используются потоки неоднородных сред [9; 16].

Задача, которая решалась в процессе исследования, представляла собой краевую задачу с начальными значениями для нелинейной системы уравнений в частных производных. Решение поставленной задачи осуществлено методом конечных разностей.

*Методология и методы исследования.*

Движение среды описывалось двумя системами уравнений – системой уравнений движения несущей фазы и системой уравнения движения дисперсной компоненты. Система уравнений движения несущей фазы включала три уравнения: уравнение непрерывности плотности газа (1); уравнение Навье – Стокса [13; 17] в одномерном приближении (2); уравнение непрерывности полной энергии газа (3). В совокупности уравнения (1)–(3) образуют полную гидродинамическую систему уравнений движения сплошной среды в нестационарной постановке для течения с одномерной геометрией. Уравнение (4) описывает функцию сдвиговых вязких напряжений газа в одномерном течении.

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau) = -F + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( [e + p - \tau]u + \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) = Q - |F|(u - u_1) - \alpha \left( \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \right), \quad (3)$$

$$\tau = \frac{4}{3} \mu \frac{\partial u}{\partial x}. \quad (4)$$

Функция вязких напряжений является выражением, описывающим вязкие потери несущей среды, выражающиеся через пространственные производные от координатных составляющих векторы скорости, в одномерном случае скорость газа является скалярной величиной. Функция (4) входит как в уравнение сохранения импульса (2) (Навье – Стокса), так и в уравнение сохранения энергии газовой фазы смеси (3). В общем

случае функция является нелинейной, однако в данной работе рассматривается течение газа, для которого названная функция является линейной.

Сжимаемость несущей среды учитывалась представлением плотности газа как функции зависящей от пространственной и временной координат. Динамика ударно-волновых, детонационных, сверхзвуковых и, в целом, высокоскоростных течений газа, включая и истечения газа в вакуум, требует математических моделей, учитывающих сжимаемость среды. Отсутствие сжимаемости течения среды в одномерном случае привело бы к сведению уравнения неразрывности массы газа (1) к уравнению  $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ , из чего следовало бы, что функция скорости является стационарной по пространственной координате функцией временной переменной  $u = u(t)$ .

Динамика дисперсной фазы аэрозольной смеси описывается системой уравнений подобной системе уравнений (1)–(3), за рядом исключений. Прежде всего, для дисперсной компоненты решается уравнение сохранения «средней плотности» (5), а не физической плотности материала дисперсных включений [9]. «Средняя плотность» – произведение истинной (физической) плотности материала частиц и объемного содержания дисперсной фазы, являющегося функцией пространственной и временной переменных. Таким образом, при математическом моделировании дисперсная компонента также имеет некий аналог «сжимаемости», соответствующей сжимаемости несущей среды – газа. При этом сами частицы являются несжимаемыми.

Также система уравнений динамики дисперсной компоненты включает уравнение сохранения импульса (6), отличающееся от уравнения Навье – Стокса (2) отсутствием функции вязких напряжений. Для дисперсной компоненты смеси записывается уравнение сохранения энергии (7). Уравнения математической модели (2), (3), (6), (7) в правых частях имеют слагаемые, отвечающие за обмен импульсом (в уравнениях сохранения импульса) и энергией (в уравнениях сохранения энергии) между компонентами смеси.

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2) = F - \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial(e_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_1 u_1) = -Q, \quad (7)$$

$$\rho_1 = \alpha \rho_{10}, \quad e_1 = \rho_1 C_p T_1,$$

$$F_S = \frac{3}{4} \frac{\alpha}{(2r)} C_d \rho |u - u_1| (u - u_1), \quad F_A = \alpha \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right),$$

$$F_{am} = 0.5 \alpha \rho_1 \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u_1}{\partial t} - u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right),$$

$$F = F_S + F_A + F_{am}, \quad C_d = \frac{24}{Re_1} + \frac{4}{Re_1^{0.5}} + 0.4,$$

$$M_1 = |u - u_1| / c,$$

$$Re_1 = \rho |u - u_1| 2r / \mu, \quad Pr = \gamma C_p \mu / \lambda.$$

В уравнениях (1), (5) правых частей нет, что связано с отсутствием массообменных процессов между компонентами, так называемой инертностью газозвеси (отсутствием химических превращений и фазовых переходов). Здесь  $\alpha = \alpha(t, x)$  – функция, описывающая объемное содержание дисперсной фазы. Коэффициент сопротивления  $C_d$  – соответствует коэффициенту аэродинамического сопротивления частиц сферической формы.

В уравнениях использованы следующие физические величины:  $p$  – давление,  $\rho$  – плотность,  $u$  – скорость;  $T$  – температура,  $e$  – энергия. Индекс «1» обозначает физическую величину дисперсной компоненты смеси. Физическая величина без индекса описывает изменение параметров газовой фазы.

Температура газа находится из уравнения

$$T = (\gamma - 1)(e / \rho - 0.5u^2) / R, \quad (8)$$

где  $R$  – газовая постоянная.

Силовое взаимодействие несущей и дисперсной фаз учитывает несколько разнородных сил, действующих на дисперсные частицы со стороны газа: силу Стокса  $F_S$ , динамическую силу Архимеда  $F_A$  и силу присоединенных масс  $F_{am}$ . При этом силовое взаимодействие имеет взаимообратный характер [9]. Математическая модель предполагает монодисперсный состав твердой компоненты газозвеси – все частицы имеют одинаковый размер и одинаковые физические свойства – плотность и теплоемкость материала.

Тепловая энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как

$$e_1 = \rho_1 C_p T_1, \quad (9)$$

где  $C_p$  – удельная теплоемкость единицы массы вещества, из которого состоят частицы.

Тепловой поток между компонентами смеси описывается следующим выражением:

$$Q = 6r \alpha Nu_1 \lambda (T - T_1) / (2r)^2. \quad (10)$$

В математической модели использованы относительные числа Нуссельта, Маха, Рейнольдса, а также число Прандтля [9]

$$Nu_1 = 2 \exp(-M_1) + 0.459 Re_1^{0.55} Pr^{0.33}. \quad (11)$$

Для искомых функций задавались следующие граничные условия [5; 17; 20]:

$$u(t, 1) = 0, \quad u_1(t, 1) = 0,$$

$$e(t, 1) = e(t, 2), \quad e_1(t, 1) = e_1(t, 2),$$

$$\rho(t, 1) = \rho(t, 2), \quad \rho_1(t, 1) = \rho_1(t, 2),$$

$$u(t, N) = u(t, N - 1), \quad u_1(t, N) = u_1(t, N - 1),$$

$$e(t, N) = e(t, N - 1), \quad e_1(t, N) = e_1(t, N - 1),$$

$$\rho(t, N) = \rho(t, N - 1), \quad \rho_1(t, N) = \rho_1(t, N - 1).$$

В начальный момент времени компоненты смеси покоились:

$$u(0, i) = 0, \quad u_1(0, i) = 0.$$

Для всех искомых функций в моделируемой области течения задавались начальные значения в левой половине канала ( $x < L/2$ )

$$e(0, i) = e_0, \quad e_1(0, i) = e_{10},$$

$$\rho(0, i) = \rho_0, \quad \rho_1(0, i) = \rho_{10}$$

и в правой половине канала ( $x \geq L/2$ )

$$e(0, i) = 0, \quad e_1(0, i) = 0,$$

$$\rho(0, i) = 0, \quad \rho_1(0, i) = 0.$$

Система уравнений течения двухкомпонентной среды решалась явным конечно-разностным методом второго порядка точности по пространственным переменным [17]. Численное решение проводилось на равномерной сетке с количеством узлов вдоль оси  $x - N = 1000$ . Методология моделирования тестировалась сопоставлением с численными решениями, известными из ли-

температуры [18], и результатами физических экспериментов [12].

Основные уравнения динамики неоднородных сред разработаны в монографии «Основы механики гетерогенных сред» [11]. Тематика высокоскоростных течений газозвесей (как правило, химически инертных запыленных сред) подробно рассмотрена в ряде статей и монографий [3; 9; 15; 16]. Вместе с тем истечение неоднородных сред в вакуум исследовано в меньшей мере, чем ударно-волновые и скоростные течения дисперсных сред. Также существенный интерес представляет рассмотрение взаимобратных эффектов, возникающих при истечении газозвесей в вакуум, и то, каким образом параметры дисперсной среды влияют на динамику газа при истечении в вакуум двухкомпонентной смеси.

**Результаты исследования.** На рис. 1 представлено схематичное изображение моделируемой физической области, в которой одна половина канала заполнена газозвесью, а в другой – вакуум.

Значения скорости при разлете в вакуум в невязком газе – 725 м/с – больше, чем в вязком газе (557 м/с), при этом в вязком газе с дисперсной компонентой скорость спутного следа (315 м/с) существенно ниже, чем в

однородной среде (рис. 2). Численные расчеты для разлета чистого газа и газозвеси в вакуум имеют отличия. Учет межкомпонентного взаимодействия между несущей средой и дисперсной компонентой приводит к тому, что результаты расчетов численной модели газозвеси выявляют более низкие скорости спутного потока газа.

Рассмотрим влияние плотности материала частиц твердой компоненты смеси на процесс разлета газозвеси в вакуум. При последовательном увеличении плотности материала частиц происходит уменьшение скорости, достигаемой спутным потоком газа (рис. 3). Также замедляется процесс истечения газовой компоненты смеси в вакуум.

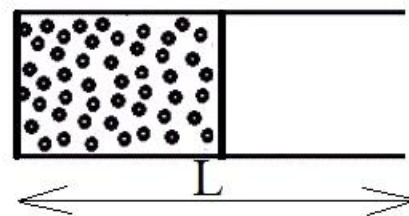


Рис. 1. Схематичное изображение канала с запыленной средой / Fig. 1. Schematic representation of a channel with a dusty environment

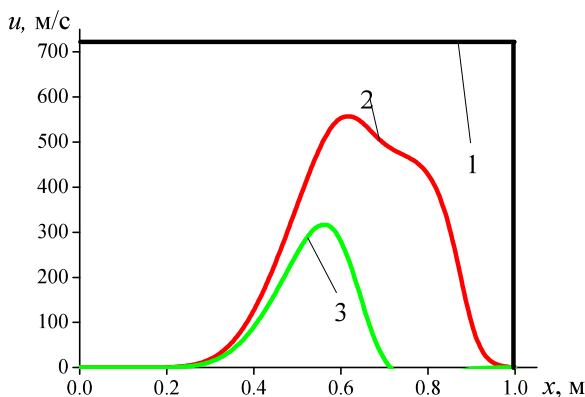


Рис. 2. Пространственное распределение продольной скорости: 1 – в аналитическом решении; 2 – в численном решении для однородного вязкого газа; 3 – в численном решении для газозвеси с плотностью материала частиц  $\rho_{10} = 2500 \text{ кг/м}^3$  / Fig. 2. Spatial distribution of the longitudinal velocity: 1 – in the analytical solution; 2 – in the numerical solution for a homogeneous viscous gas; 3 – in a numerical solution for a gas suspension with a particle material density of  $\rho_{10} = 2500 \text{ кг/м}^3$

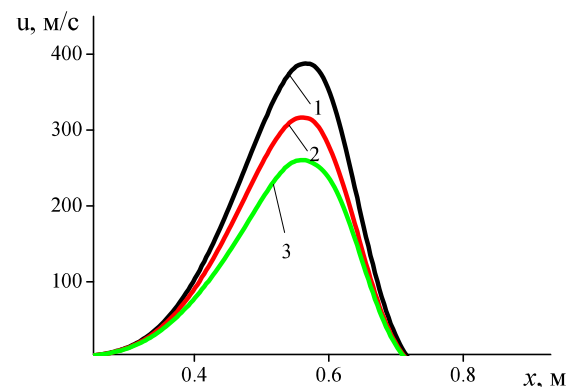


Рис. 3. Численно рассчитанные пространственные распределения скорости газа при разлете в вакуум: 1 – вязкого газа с дисперсной компонентой с плотностью материала  $\rho_{10} = 750 \text{ кг/м}^3$ ; 2 – вязкого газа с дисперсной компонентой с плотностью материала  $\rho_{10} = 2500 \text{ кг/м}^3$ ; 3 – вязкого газа с плотностью материала  $\rho_{10} = 19050 \text{ кг/м}^3$  / Fig. 3 Numerically calculated spatial distributions of the gas velocity during the expansion of a: 1 – viscous gas with a dispersed component with a material density  $\rho_{10} = 750 \text{ кг/м}^3$  into vacuum; 2 – viscous gas with a dispersed component with a material density  $\rho_{10} = 2500 \text{ кг/м}^3$ ; 3 – viscous gas with a material density  $\rho_{10} = 19050 \text{ кг/м}^3$

Для частиц из менее плотных материалов распределение давления близко к распределению давления в течении однородного газа. С увеличением физической плотности дисперсной компоненты смеси происходит замедление течения газа (рис. 4). Интенсивность скоростного скольжения компонент смеси в процессе разлета газозвеси в вакуум возрастает с увеличением плотности частиц (рис. 5). Это связано с наличием у более

плотных частиц большей массы и, следовательно, большей инерционности. Таким образом, интенсивность скоростного скольжения прямо пропорциональна массе частицы.

Результаты расчетов демонстрируют, что для более плотных материалов дисперсной фазы замедляется массоперенос дисперсной компоненты газозвеси в вакуум (рис. 6).

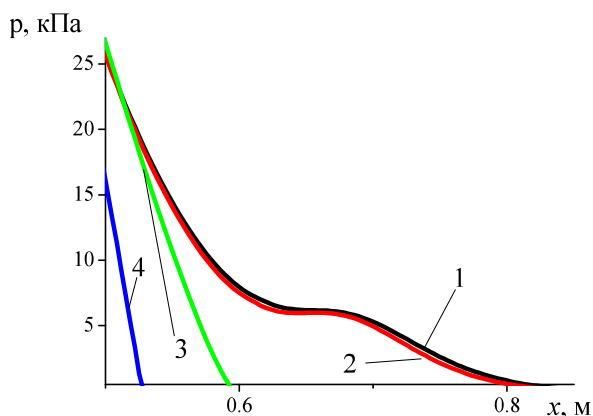


Рис. 4. Пространственное распределение давления газа при разлете в вакуум: 1 – чистого газа; 2 – газозвеси с плотностью материала дисперсной фазы  $\rho_{10}=750 \text{ кг/м}^3$ ; 3 – газозвеси с плотностью материала дисперсной фазы  $\rho_{10}=2500 \text{ кг/м}^3$ ; 4 – газозвеси с плотностью материала дисперсной фазы  $\rho_{10}=19050 \text{ кг/м}^3$  / Fig. 4. Spatial distribution of gas pressure during expansion into a vacuum: 1 – of pure gas; 2 – gas suspensions with the density of the dispersed phase material  $\rho_{10} = 750 \text{ kg / m}^3$ ; 3 – gas suspensions with the density of the dispersed phase material  $\rho_{10} = 2500 \text{ kg / m}^3$ ; 4 – gas suspensions with the density of the dispersed phase material  $\rho_{10} = 19050 \text{ kg / m}^3$

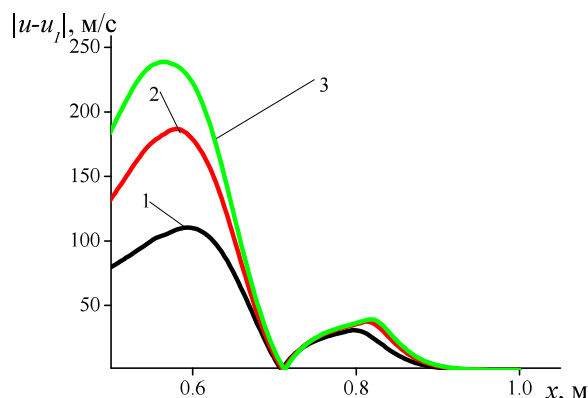


Рис. 5. Пространственное распределение величины межфазного скоростного скольжения при разлете в вакуум: 1 – газозвеси с плотностью материала дисперсной фазы  $\rho_{10}=750 \text{ кг/м}^3$ ; 2 – газозвеси с плотностью материала дисперсной фазы  $\rho_{10}=2500 \text{ кг/м}^3$ ; 3 – газозвеси с плотностью материала дисперсной фазы  $\rho_{10}=19050 \text{ кг/м}^3$  / Fig. 5. Spatial distribution of the magnitude of interfacial velocity slip during expansion into vacuum of a: 1 – gas suspension with a material density of the dispersed phase  $\rho_{10} = 750 \text{ kg / m}^3$ ; 2 – gas suspensions with the density of the dispersed phase material  $\rho_{10} = 2500 \text{ kg / m}^3$ ; 3 – gas suspension with the density of the dispersed phase material  $\rho_{10} = 19050 \text{ kg / m}^3$

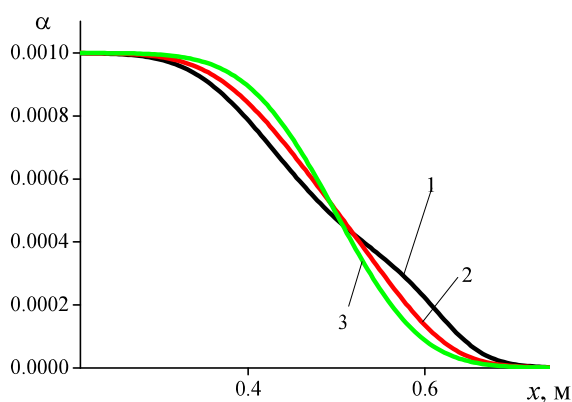


Рис. 6. Пространственное распределение объемного содержания дисперсной фазы газозвеси при разлете в вакуум: 1 – газозвеси с плотностью материала дисперсной фазы  $\rho_{10}=750 \text{ кг/м}^3$ ; 2 – газозвеси с плотностью материала дисперсной фазы  $\rho_{10}=2500 \text{ кг/м}^3$ ; 3 – газозвеси с плотностью материала дисперсной фазы  $\rho_{10}=19050 \text{ кг/м}^3$  / Fig. 6. The spatial distribution of the volumetric content of the dispersed phase of the gas suspension during expansion into vacuum of a: 1 – gas suspension with the density of the material of the dispersed phase  $\rho_{10} = 750 \text{ kg / m}^3$ ; 2 – gas suspensions with the density of the dispersed phase material  $\rho_{10} = 2500 \text{ kg / m}^3$ ; 3 – gas suspension with the density of the dispersed phase material  $\rho_{10} = 19050 \text{ kg / m}^3$

Выявленные закономерности обусловлены тем, что более плотные частицы за счет большей инерционности имеют меньшую скорость в потоке двухкомпонентной среды. При этом интенсивность межкомпонентного взаимодействия определяется суммарной силой аэродинамического сопротивления частиц, а значит, возрастает одновременно с возрастанием интенсивности межкомпонентного скоростного скольжения, которое прямо пропорционально массе частицы. Более массивные частицы разгоняются до меньшей скорости, при этом среда имеет большее суммарное межкомпонентное силовое взаимодействие. Таким образом, частицы более плотных материалов при одинаковом размере оказывают большее влияние на динамику смеси и, в конечном счете, сильнее замедляют течение несущей среды – газа. Выявленные закономерности показывают, что в истечении газозвеси в вакуум имеют место взаимобратные эффекты, вызванные взаимодействием между несущей и дисперсной фазами смеси.

**Заключение.** В результате численного моделирования разлета газозвеси в вакуум обнаружено, что процесс истечения неоднородной среды имеет существенные различия

с истечением в вакуум чистого газа. Численное моделирование выявило следующие закономерности:

1) увеличение плотности материала частиц дисперсной компоненты газозвеси приводит к уменьшению скорости спутного потока газа. Процесс истечения газовой и дисперсной компонент смеси в газозвезях с более массивными частицами имеет большую длительность;

2) для газозвесей, дисперсная компонента которых состоит из легких частиц, истечение неоднородной среды в вакуум имеет существенное сходство с процессом истечения в вакуум чистого однородного газа;

3) интенсивность межфазного скоростного скольжения в процессе разлета газозвеси в вакуум прямо пропорциональна плотности материала дисперсных включений.

Анализ численных расчетов показывает, что замедление скорости истечения газозвеси в вакуум, в частности газовой компоненты смеси, происходит при увеличении физической плотности твердой компоненты дисперсной среды. Результаты исследований возможно применить при разработке технологических процессов, связанных с течениями дисперсных сред.

## Список литературы

1. Арефьев К. Ю., Воронецкий А. В., Сучков С. А. Расчетное исследование особенностей дробления и испарения капель в газодинамических течениях с циклическими ударными волнами // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2015. № 10. С. 17–30.
2. Баландин О. А., Верхотуров А. Р. Влияние интенсивности электромагнитных волн на движение твердой частицы // Вестник Забайкальского государственного университета. 2013. № 11. С. 17–21.
3. Бедарев И. А., Федоров А. В. Структура и устойчивость ударной волны в газозвеси с двумя давлениями // Вычислительные технологии. 2015. Т. 20, № 2. С. 3–19.
4. Борисов И. С., Романов С. А. Особенности моделирования процесса образования сварочного аэрозоля при сварке горно-шахтного оборудования // Экология и безопасность в техносфере: современные проблемы и пути решения: сб. ст.: в 2 т. Т. 1. Томск: ТПУ, 2015. С. 186–190.
5. Ванюнина М. В., Галеев Р. С., Зарипов Ш. Х., Скворцов Э. В. Аспирация аэрозоля в цилиндрический пробоотборник из низкоскоростного нисходящего потока и из неподвижной среды // Прикладная механика и техническая физика. 2005. Т. 46, № 2. С. 122–129.
6. Кириченко К. Ю., Дрозд В. А., Чайка В. В., Гридасов А. В., Голохваст К. С. Сварочный аэрозоль как источник опасных для здоровья техногенных нано- и микрочастиц: гранулометрический анализ // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2015. Т. 17, № 5-2. С. 662–665.
7. Кондратьев И. И. Оценка скорости осаждения аэрозоля по материалам геохимических исследований и по данным мониторинга радиоактивного загрязнения атмосферы // Метеорология и гидрология. 2016. № 5. С. 78–87.
8. Кузнецова А. Н. Анализ сварочных аэрозолей // Фундаментальные проблемы науки: сб. ст. Тюмень, 2016. С. 41–46.
9. Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003. 284 с.

10. Ляпунов Н. А., Бовтенко В. А., Безуглая Е. П., Столпер Ю. М. Обоснование нового подхода к оценке качества дозированных аэрозолей для ингаляций на этапе их разработки // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Медицина. Фармация. 2016. Т. 33, № 5. С. 170–179.
11. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. Москва: Наука, 1978. 336 с.
12. Нигматулин Р. И., Губайдуллин Д. А., Тукмаков Д. А. Ударно-волновой разлет газовзвесей // Доклады Академии наук. 2016. Т. 466, № 4. С. 418–421.
13. Тукмаков А. Л., Мубаракшин Б. Р., Тонконог В. Г. Моделирование процесса одоризации природного газа // Инженерно-физический журнал. 2016. Т. 89, № 1. С. 127–132.
14. Тукмаков Д. А. Численное моделирование ударно-волновых течений в газовзвеси с неоднородной концентрацией дисперсной фазы // Авиационная техника. 2019. № 1. С. 54–59.
15. Усманова Р. Р., Заиков Г. Е. Постановка разностной краевой задачи к расчету параметров вихревого течения газовзвеси // Вестник Казанского технологического университета. 2015. Т. 18, № 1. С. 350–354.
16. Федоров А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А. Волновые процессы в газовзвесах частиц металлов. Новосибирск: Параллель, 2015. 305 с.
17. Fletcher C. A. Computational techniques for fluid dynamics. Berlin: Springer-Verlag, 1988. 409 p.
18. Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Numerical research of evolution of the shock wave in gas-particles suspension with account uneven distribution of particles // Mathematical Models and Computer Simulations. 2015. Vol. 7, No. 3. P. 246–253.
19. Tukmakov D. A. Numerical study of polydisperse aerosol dynamics with the drops destruction // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2019. Vol. 40, No. 6. P. 824–827.
20. Zhuoqing A., Jesse Z. Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines // Powder Technology. 2019. Vol. 345. P. 346–351.

## References

1. Arefiev K. Y., Voronetsky A. B., Suchkov S. A. *Izvestiya vysshih uchebnyh zavedeniy. Mashinostroenie* (News of higher educational institutions. Engineering), 2015, no. 10, pp. 17–30.
2. Balandin O. A., Verkhoturov A. R. *Vestnik Zabayskogo gosudarstvennogo universiteta* (Transbaikalian State University Journal), 2013, no. 11, pp. 17–21.
3. Bedarev I. A., Fedorov A. V. *Vychislitelnye tekhnologii* (Computing technology), 2015, vol. 20, no. 2, pp. 3–19.
4. Borisov I. S., Romanov S. A. *Ekologiya i bezopasnost v tehnosfere: sovremennye problemy i puti resheniya: sb. st.: v 2 t. T. 1.* (Ecology and safety in the technosphere: modern problems and solutions: collected articles). Tomsk: TPU, 2015, pp. 186–190.
5. Vanyunina M. V., Galeev R. S., Zaripov Sh. Kh., Skvortsov E. V. *Prikladnaya mekhanika i tehniceskaya fizika* (Journal of Applied Mechanics and Technical Physics), 2005, vol. 46, no. 2, pp. 122–129.
6. Kirichenko K. Yu., Drozd V. A., Chayka V. V., Gridasov A. V., Golokhvast K. S. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk* (Bulletin of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences), 2015, vol. 17, no. 5-2, pp. 662–665.
7. Kondratiev I. I. *Meteorologiya i gidrologiya* (Russian Meteorology and Hydrology), 2016, no. 5, pp. 78–87.
8. Kuznetsova A. N. *Fundamentalnye problemy nauki: sb. st.* (Fundamental problems of science: collected articles), Tyumen, 2016, pp. 41–46.
9. Kutushev A. G. *Matematicheskoe modelirovanie volnovykh protsessov v aerodispersnyh i poroshkoo-braznyh sredah* (Mathematical modeling of wave processes in aerodispersed and powdery media). St. Petersburg: Nedra, 2003. 284 p.
10. Lyapunov N. A., Bovtenko V. A., Bezuglaya E. P., Stolper Yu. M. *Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Meditsina. Farmatsiya* (Scientific reports of the Belgorod State University. Series: Medicine. Pharmacy), 2016, vol. 33, no. 5, pp. 170–179.
11. Nigmatulin R. I. *Osnovy mehaniki geterogennyh sred* (Fundamentals of the mechanics of heterogeneous media). Moscow: Nauka, 1978. 336 p.
12. Nigmatulin R. I., Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. *Doklady Akademii nauk* (Reports of the Academy of Sciences), 2016, vol. 466, no. 2, pp. 418–421.
13. Tukmakov A. L., Mubarakshin B. R., Tonkonog V. G. *Inzhenerno-fizicheskiy zhurnal* (Journal of Engineering Physics and Thermophysics), 2016, vol. 89, no. 1, pp. 127–132.
14. Tukmakov D. A. *Aviatsionnaya tekhnika* (Aeronautical engineering), 2019, no. 1, pp. 54–59.
15. Usmanova R. R., Zaikov G. E. *Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta* (Bulletin of the Kazan Technological University), 2015, vol. 18, no. 1, pp. 350–354.



16. Fedorov A. V., Fomin V. M., Khmel T. A. *Volnovye protsessy v gazovzvesyah chastic metallov* (Wave processes in gas-suspended particles of metals). Novosibirsk: Parallel, 2015. 301 p.
17. Fletcher C. A. *Computation techniques for fluid dynamics* (Computation techniques for fluid dynamics). Berlin: Springer-Verlag, 1988. 409 p.
18. Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. *Mathematical Models and Computer Simulations* (Mathematical Models and Computer Simulations), 2015, vol. 7, no. 3, pp. 246–253.
19. Tukmakov D. A. *Lobachevskii Journal of Mathematics* (Lobachevskii Journal of Mathematics), 2019, no. 6, pp. 824–827.
20. Zhuoqing A. Jesse Z. *Powder Technology* (Powder Technology), 2019, vol. 345, pp. 346–351.

---

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 19-01-00442

---

### Коротко об авторах

---

*Ахунов Адель Айратович*, аспирант, кафедра теплотехники и энергетического машиностроения, Казанский национальный исследовательский технический университет, г. Казань, Россия. Область научных интересов: вакуумная и компрессорная техника  
Ahunov.Adel@yandex.ru

*Тукмаков Дмитрий Алексеевич*, канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник, Институт механики и машиностроения, Казанский научный центр РАН, г. Казань, Россия. Область научных интересов: математическое моделирование, механика жидкости и газа  
tukmakovDA@imm.knc.ru

### Briefly about the authors

---

*Akhunov Adel*, postgraduate, Heat Engineering and Power Engineering department, Kazan National Research Technical University, Kazan, Russia. Sphere of scientific interests: vacuum and compressor technology

*Tukmakov Dmitry*, candidate of physical and mathematical sciences, researcher, Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, Kazan, Russian Federation. Sphere of scientific interests: mathematical modeling, fluid and gas mechanics

### Образец цитирования

---

*Ахунов А. А., Тукмаков Д. А. Численное исследование влияния плотности материала дисперсных включений на процесс разлета газовзвеси в вакуум // Вестник Забайкальского государственного университета 2020. Т. 26, № 3. С. 6–14. DOI: 10.21209/2227-9245-2020-26-3-6-14.*

*Akhunov A., Tukmakov D. Numerical study of the influence of material density of dispersed inclusions on the process of gas-suspension splitting in vacuum // Transbaikalian State University Journal, 2020, vol. 26, no. 3, pp. 6–14. DOI: 10.21209/2227-9245-2020-26-3-6-14.*

Статья поступила в редакцию: 13.03.2020 г.  
Статья принята к публикации: 23.03.2020 г.