

Научная статья
УДК 622.7
DOI: 10.21209/2227-9245-2024-30-4-80-88

Обоснование комбинированного способа подачи воды в центробежный концентратор

Аркадий Евгеньевич Сенченко

ООО Научно-исследовательский и проектный институт «ТОМС», г. Иркутск, Россия
ark-senchenko@yandex.ru

Информация о статье

Поступила в редакцию
21.11.2024

Одобрена после
рецензирования
21.11.2024

Принята к публикации
21.11.2024

Ключевые слова:

центробежный
концентратор,
математическое
моделирование,
разрыхляющая вода,
твёрдая фаза, жидкий
поток, комбинированный
способ, уравнение
движения твёрдых
частиц, порозность
частиц, траектория
движения твёрдого зерна,
восходящий поток пульпы

Научно-техническая проблема дальнейшего совершенствования обогатительных аппаратов, в частности гравитационных (центробежных сепараторов), заключается в отсутствии удобных для инженерной практики моделей расчёта движения двухфазных смесей в рабочей зоне, что не позволяет объяснить ряд возникающих эффектов при движении твёрдой фазы на разных стадиях сепарации. Объект исследования – центробежный сепаратор. Цель исследования – поиск наиболее приемлемых критериев и параметров исследуемого процесса центробежной концентрации, составление моделей процесса, описывающих реальный механизм разделения минеральных частиц. Задачи исследования: рассмотреть движение одиночной твёрдой частицы в потоке жидкости; провести исследование в два этапа, в частности на первом этапе изучить движение твёрдых частиц в восходящем потоке пульпы, на втором – рассмотреть движение твёрдой частицы, находящейся около входа в кольцевую ячейку, определить силы, действующие на неё со стороны несущего потока жидкости и разрыхляющей воды. Метод исследования – математическое моделирование гидродинамических процессов. Получено уравнение движения твёрдых частиц в восходящем потоке пульпы, позволяющее определить силу, действующую на твёрдую частицу, движущуюся по восходящей спирали вдоль стенки центробежного сепаратора. Построенные математические модели позволяют показать траектории твёрдой фазы в сепараторе на отдельных стадиях движения, что позволило качественно описать структуру распределения твёрдой фазы по размерам и удельному весу в восходящем по стенке рабочего конуса сепаратора потоке пульпы.

Original article

Justification of the Combined Method of Supplying Water to a Centrifugal Concentrator

Arkady E. Senchenko

LLC Scientific Research and Design Institute TOMS, Irkutsk, Russia
ark-senchenko@yandex.ru

Information about the article

Received 21 November 2024

Approved after review
21 November 2024

Accepted for publication
21 November 2024

The scientific and technical problem of further improvement of concentrating devices, in particular, gravity (centrifugal separators), lies in the absence of models convenient for engineering practice for calculating the movement of two-phase mixtures in the working area, and also does not allow explaining a number of emerging effects during the movement of the solid phase at different stages of separation. The object of the research is a centrifugal separator. The purpose of the research is to search for the most acceptable criteria and parameters of the centrifugal concentration process under study and to compile process models describing the real mechanism of mineral particles separation. The research objectives are as follows: to consider the movement of a single solid particle in a liquid stream; to conduct a study in two stages: the first stage is to study the movement of solid particles in an upward flow of pulp; the second stage is to study the movements of a solid particle located near the entrance to the annular cell, to determine the forces acting on it from the side of the carrier flow of liquid and loosening water. The following research methods are used: mathematical modeling of hydrodynamic processes. The equation of solid particles motion in

Keywords:

centrifugal concentrator, mathematical modeling, loosening water, solid phase, liquid flow, combined method, equation of solid particles motion, porosity of particles, trajectory of solid grain movement, upward flow of pulp

the upward flow of pulp is obtained, which makes it possible to determine the force acting on a solid particle, moving in an ascending spiral along the wall of a centrifugal separator. The constructed mathematical models make it possible to describe the solid phase trajectories in the separator at definite stages of movement, which allows to qualitatively describe the structure of the solid phase distribution in size and specific gravity in the pulp flow ascending along the wall of the separator working cone.

Введение. Наличие в России и за рубежом большого количества научных и исследовательских работ о безнапорных центробежных концентраторах позволяет сделать вывод о том, что данный тип гравитационных аппаратов хорошо зарекомендовал себя в области переработки минерального и техногенного сырья. Проектирование технологических схем с применением гравитационных способов обогащения всё реже обходится без сепараторов, в которых гравитационную силу Земли в качестве фактора разделения заменяют центробежной силой [13].

Для повышения извлечения ценных компонентов необходимо постоянно осуществлять совершенствовать отдельные конструктивные узлы центробежных концентраторов [1; 3; 6; 7; 14].

Актуальность исследования. Результатом многочисленных исследований в области центробежной сепарации минерального сырья стало создание различных конструкций центробежных сепараторов, отличающихся ориентацией рабочего конуса в пространстве, способом разрыхления минеральной постели, точками подачи флюидизационной воды, периодичностью разгрузки концентрата. Как показала практика работы сепараторов, наиболее эффективным методом разрыхления постели является подача флюидизационной воды через внешнюю стенку рабочего конуса внутрь кольцевой ячейки. При этом вода подаётся с постоянным расходом, подстраиваемым под крупность обогащаемого материала.

Однако до сих пор отсутствует теоретическое обоснование эффективности различных способов разрыхления постели. При этом существующие предпосылки для возможности повышения сепарационных характеристик процесса обогащения за счёт комбинирования различных способов подачи воды в центробежный сепаратор также не нашли как теоретического объяснения и доказательства, так и практического применения.

Объект исследования – центробежный сепаратор.

Предмет исследования – способы разрыхления постели в центробежном концентраторе.

Цель исследования – поиск наиболее приемлемых критериев и параметров исследуемого процесса центробежной концентрации, составление моделей процесса, описывающих реальный механизм разделения минеральных частиц.

Задачи исследования: рассмотреть движение одиночной твёрдой частицы в потоке жидкости; провести исследование в два этапа, в частности на первом этапе изучить движение твёрдых частиц в восходящем потоке пульпы, на втором – исследовать движения твёрдой частицы, находящейся около входа в кольцевую ячейку, определить силы, действующие на неё со стороны несущего потока жидкости и разрыхляющей воды.

Метод исследования – математическое моделирование гидродинамических процессов.

Разработанность темы исследования. Численные методы, описывающие гидродинамику потока пульпы в сепараторе, не позволяют получить требуемую точность вычислений, не объясняют сущности ряда возникающих эффектов и не описывают то, каким образом распределяются твёрдые частицы обогащаемого материала внутри потока пульпы [2; 4; 5; 8–12; 15].

Результаты исследования и их обсуждение. Используя известные уравнения Чена [1], изучим движение одной твёрдой частицы минерала в условиях ламинарного и турбулентного режимов.

Запишем уравнение в следующем виде:

$$\xi_s \frac{d\mathbf{u}_r}{dt} = \xi_s (\mathbf{u}_* - \mathbf{u}_r) + \xi_s \left(\frac{\partial \mathbf{u}_*}{\partial t} + \mathbf{u}_* \frac{\partial \mathbf{u}_*}{\partial x_s} - \nu \frac{\partial^2 \mathbf{u}_*}{\partial x_s^2} \right) + \xi_s (1+k) \frac{d(\mathbf{u}_* - \mathbf{u}_r)}{\partial t} + \xi_s \int_{t_0}^t \frac{d(\mathbf{u}_* - \mathbf{u}_r)}{\partial t} \frac{d\varepsilon}{\sqrt{t-\tau}} + F(t). \quad (1)$$

Принимаем следующее допущение: твёрдую частицу в процессе сепарации окру-

жает один и тот же элемент жидкости (сила тяжести $F(t) = \xi_1 g$, при $t = 0$, $u_{ж} = 0$ и обозначении $t_1 = \frac{\xi_1}{\xi_2}$).

Тогда получим дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{d\mathbf{u}_r}{dt} + \frac{\mathbf{u}_r}{t_1} - g = 0. \quad (2)$$

Уравнение (2) можно представить в следующем виде:

$$d\mathbf{u}_r = \mathbf{u}_r(1 - e^{-\frac{t}{t_1}}). \quad (3)$$

Далее изучаем движение твёрдой частицы в центробежном сепараторе целиком [11]. Исследуем движение частицы точечной массы по конической поверхности (рис. 1), вращающейся с угловой скоростью ω , углом поворота φ , вокруг оси Z , начальным радиусом вращения R_0 и текущей координатой r .

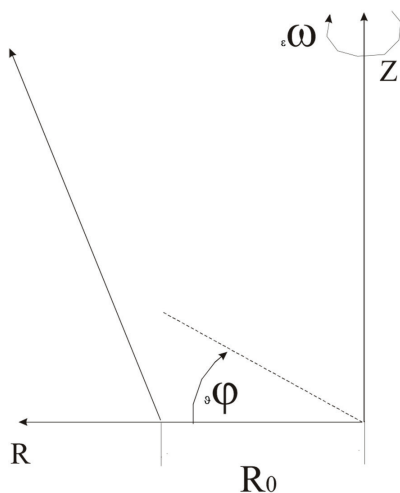


Рис. 1. Система координат для моделирования движения частицы / Fig. 1. Coordinate system for modeling particle motion

Запишем кинетическую энергию в цилиндрических координатах:

$$K = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2). \quad (4)$$

Для суммарного потенциального поля имеем:

$$U(r, z) = mgz - \frac{m\omega^2 r^2}{2}, \quad (5)$$

где $\frac{\partial}{\partial r} \frac{m\omega^2 r^2}{2} = m\omega^2 r$; $-\frac{\partial(mgz)}{\partial z} = -mg$.

Составим Лагранжиан:

$$L = K - U = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2) - mgz + \frac{m\omega^2 r^2}{2}. \quad (6)$$

Тогда уравнения Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) = \frac{\partial L}{\partial q}, \quad (7)$$

где q – обобщённая координата, примут следующий вид:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} \right) = \frac{\partial L}{\partial r}, \text{ т. е. } \ddot{r} = (\ddot{\varphi}^2 + \omega^2) r, \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} \right) = \frac{\partial L}{\partial \varphi}, \text{ т. е. } mr^2 \dot{\varphi} = \text{const} \quad (mr^2 \dot{\varphi} = M_0) \quad (9)$$

В связи с тем что координаты имеют циклический характер, а также учитывая закон сохранения момента импульса (M_0 – начальное значение момента), получим математическое выражение:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \right) = \frac{\partial L}{\partial z}, \text{ т. е. } \ddot{z} = -g. \quad (10)$$

Отсюда следует, что ускорение, силу и вертикальное перемещение можно определить как:

$$\ddot{r} = a_r = \frac{M_0}{m^2 r^3} + \omega^2 r,$$

$$F_r = ma_r = \frac{m^2_0}{mr^3} + m\omega^2 r,$$

$$z(t) = \dot{z}_0 t - \frac{gt^2}{2}, \quad (z(0)=0).$$

Запишем закон сохранения энергии: $K + u = E$ ($E_0 = \text{const}$), следовательно:

$$\frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2) + mgz - \frac{m\omega^2 r^2}{2} = E_0. \quad (11)$$

С учётом уравнения Лагранжа $\dot{\varphi} = \frac{M_0}{mr^2}$, $\dot{z} = \dot{z}_0 - gt$, $z = \dot{z}_0 t - \frac{gt^2}{2}$ будем иметь:

$$\dot{r}^2 = \left(\frac{2E_0}{m} - \dot{z}_0^2 \right) + \omega^2 r^2 - \frac{M_0^2}{m^2 r^2}, \quad (12)$$

т. е.:

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{\left(\frac{2E_0}{m} - \dot{z}_0^2\right) + \omega^2 r^2 - \frac{M_0}{m^2 r^2}}. \quad (13)$$

Тогда время определится:

$$t = \int \frac{dr}{\sqrt{\left(\frac{2E_0}{m} - \dot{z}_0^2\right) + \omega^2 r^2 - \frac{M_0}{m^2 r^2}}} = \int \frac{r dr}{\sqrt{\omega^2 r^4 + \left(\frac{2E_0}{m} - \dot{z}_0^2\right) r^2 - \frac{M_0^2}{m^2}}}. \quad (14)$$

Вводя замену $\delta = r^2$ и интегрируя, опуская выкладки интегрирования, получим:

$$t = \frac{1}{2\omega} \int \frac{d[\omega\delta + \frac{1}{2\omega}(\frac{2E_0}{m} - \dot{z}_0^2)]}{\sqrt{[\omega\delta + \frac{1}{2\omega}(\frac{2E_0}{m} - \dot{z}_0^2)] - [\frac{M_0^2}{m^2} + \frac{1}{4\omega^2}(\frac{2E_0}{m} - \dot{z}_0^2)^2]}} = \frac{1}{2\omega} \operatorname{arch} \frac{\omega\delta + \frac{1}{2\omega}(\frac{2E_0}{m} - \dot{z}_0^2)}{\sqrt{\frac{M_0^2}{m^2} + \frac{1}{4\omega^2}(\frac{2E_0}{m} - \dot{z}_0^2)^2}}. \quad (15)$$

Отсюда будем иметь:

$$\omega\delta = \sqrt{\frac{M_0^2}{m^2\omega^2} + \frac{1}{4\omega^2}(\frac{2E_0}{m} - \dot{z}_0^2)^2} \operatorname{ch} 2\omega t - \frac{1}{2\omega}(\frac{2E_0}{m} - \dot{z}_0^2). \quad (16)$$

Вспомня, что $\delta = r^2$, получим:

$$r(t) = \sqrt{\frac{M_0^2}{m^2\omega^2} + \frac{1}{4\omega^4}(\frac{2E_0}{m} - \dot{z}_0^2)^2 \operatorname{ch}^2 2\omega t - \frac{1}{2\omega}(\frac{2E_0}{m} - \dot{z}_0^2)^2}. \quad (17)$$

Используя уравнение (9) с учётом выражения (17), определим $\varphi(t)$, т. е.:

$$\varphi - \dot{\varphi}_0 = \int \frac{\frac{M_0}{m} dt}{2\alpha \operatorname{ch} 2\omega t - \beta}, \quad (18)$$

где введены обозначения:

$$2\alpha = \sqrt{\frac{M_0^2}{m^2\omega^2} + \frac{1}{4\omega^4}(\frac{2E_0}{m} - \dot{z}_0^2)^2},$$

$$\beta = \frac{1}{2\omega^2}(\frac{2E_0}{m} - \dot{z}_0^2).$$

Из выражения (18) следует:

$$\varphi(t) - \varphi(0) = \frac{M_0}{\alpha m} \int \frac{dt}{e^{2\omega t} + e^{-2\omega t} - \frac{\beta}{2\alpha}} = \frac{M_0}{2m\omega\alpha} \int \frac{d(e^{2\omega t})}{e^{4\omega t} - \frac{\beta}{2\alpha} e^{2\omega t} + 1}. \quad (19)$$

Вводя обозначения $\gamma = e^{2\omega t}$ и опуская $\varphi(0)$, получим:

$$\varphi(t) = \frac{M_0}{2m\omega\alpha} \int \frac{d\gamma}{\gamma - \frac{\beta}{2\alpha}\gamma + 1} = \frac{M_0}{2m\omega\alpha} \int \frac{d\gamma}{(\gamma - \frac{\beta}{4\alpha})^2 + (1 - \frac{\beta^2}{16\alpha^2})}. \quad (20)$$

Принимаем $16\alpha^2 > \beta^2$, тогда получим выражение:

$$\varphi(t) = \frac{M_0}{2m\omega\alpha} (1 - \frac{\beta^2}{16\alpha^2})^{-\frac{1}{2}} \operatorname{arctg} \frac{\gamma - \frac{\beta}{4\alpha}}{(1 - \frac{\beta^2}{16\alpha^2})^{\frac{1}{2}}}. \quad (21)$$

При условии, что $6\alpha^2 = \beta^2$, выражение изменит вид:

$$\varphi(t) = -\frac{M_0}{2m\omega\alpha} \frac{1}{(\gamma - \frac{\beta}{4\alpha})}. \quad (22)$$

Далее определяем зависимость $r(z)$ (собственную траекторию движения частицы):

$$r(z) = \sqrt{2\alpha \operatorname{ch} \frac{2\omega \dot{z}_0}{\gamma} (1 - \sqrt{1 - \frac{2\gamma}{\dot{z}_0^2}} z) - \beta}. \quad (23)$$

Необходимо определиться с начальными условиями: $m r_0^2 \dot{\varphi}_0 = M_0$. При $\dot{\varphi}_0 = \omega$, $r_0^2 = R_0^2$ получим выражение $M_0 = m R_0^2 \omega$.

Если учесть, что $z_0 = 0$ и $r_0 = v_0$, вполне логично получим математическое уравнение.

Окончательно запишем радиальное ускорение твёрдой частицы:

$$a_r = \frac{M_0^2}{m^2 r^3} + \omega^2 r = \omega^2 \left(\frac{R_0^4}{r^3} + r \right). \quad (24)$$

Следовательно, можно определить радиальную силу, которая действует на твёрдую частицу в центробежном поле сепаратора:

$$F_r = m \omega^2 \left(\frac{R_0^4}{r^3} + r \right) \quad (25)$$

или, с учётом силы Кориолиса:

$$F_r = m \omega^2 \left(\frac{R_0^4}{r^3} + \frac{2R_0^2}{r} + r \right). \quad (26)$$

Соответственно, первый этап исследования завершён и можно сделать вывод о том, что в результате изучения движения твёрдых частиц в восходящем потоке пульпы получе-

но математическое уравнение, по которому с требуемой степенью точности можно определить силу, действующую на твёрдую частицу минерала, движущуюся по восходящей спирали вдоль стенки центробежного сепаратора.

На втором этапе исследований для начала необходимо исследовать движение твёрдой частицы, находящейся около входа в кольцевую ячейку, определить все силы, действующие на неё со стороны несущего потока жидкости и разрыхляющей воды. Рассмотрим схему движения зерна в потоке поднимающейся по внутренней стенке рабочего конуса сепаратора жидкости на уровне кольцевой ячейки (рис. 2). Выберем оси координат, совпадающие с осями конуса сепаратора и кольцевой ячейки.

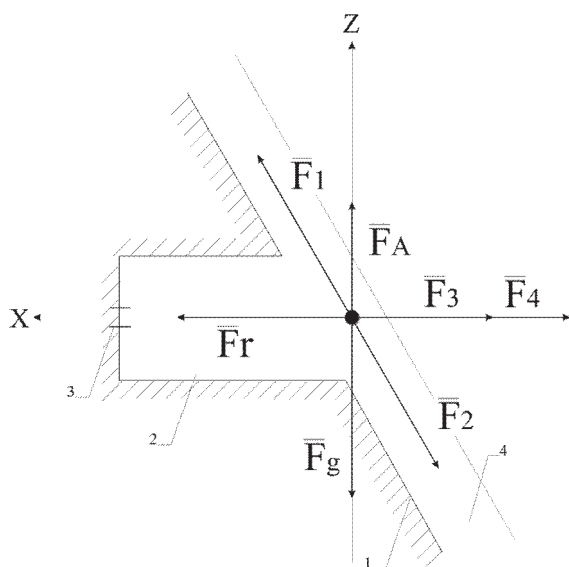


Рис. 2. Схема движения зерна по стенке рабочего конуса сепаратора: 1 – стенка сепаратора, 2 – ячейка, 3 – отверстие для подачи флюидизационной воды, 4 – несущий поток пульпы / **Fig. 2.** Scheme of grain movement along the wall of the separator working cone: 1 – separator wall, 2 – cell, 3 – fluidization water supply hole, 4 – pulp carrier flow

Выделение частиц ценного компонента в концентрат возможно при условии $\frac{\rho}{F_r} > \sum F$. Далее для расчёта за основу возьмём уравнение движения:

$$\frac{du}{dt} = \xi[F_4 - F_r + F_3]. \quad (27)$$

При начальных условиях ($x = 0, t = 0$) интегрируем уравнение (27):

$$x = k_3 t - \frac{k_3}{k_1} (1 - e^{-k_1 t}), \quad (28)$$

где $k_3 = \frac{k_2}{k_1}$.

Полученное выражение позволяет анализировать глубину проникновения твёрдых частиц в ячейку в первом приближении с учётом гидродинамических параметров, заданных изначально в обозначениях коэффициентов.

При увеличении продолжительности сепарации следует учесть порозность частиц (ε), которая зависит от плотности жидкости и плотности частиц:

$$\rho_{ож} = \varepsilon \rho_{ж}, \quad \rho_{от} = (1 - \varepsilon) \rho_T, \quad (29)$$

где $\rho_{ож}$ и $\rho_{от}$ – плотность жидкой и плотность твёрдой фаз.

Из уравнений (27) и (29) получим математическое выражение:

$$x_1 = \frac{d^2 \rho_{от} \varepsilon \left[\omega^2 \left(\frac{R_0^4}{r^3} + r \right) - P_0 \right]}{(1 - \varepsilon) 72 \rho_{ож} v} \times \left[t_1 - \frac{d^2 \rho_{от} \varepsilon}{(1 - \varepsilon) 36 \rho_{ож} v} \left(1 - e^{-\frac{(1 - \varepsilon) 36 \rho_{ож} v t_1}{d^2 \rho_{от} \varepsilon}} \right) \right]. \quad (30)$$

Рассмотрим присутствие этого члена в уравнении (27), обозначив его F_m .

Запишем данное уравнение в следующем виде:

$$m_T \frac{du}{dt} = F_4 + F_3 - F_r - F_m, \quad (31)$$

где $F_m = \frac{4}{3} \pi \rho_{ж} R^3 (1 + k) \frac{du}{dt}$, а остальные силы уже описаны ранее.

Приведём выражение (31) к следующему виду:

$$\frac{du}{dt} = \frac{F_4}{m_T} + \frac{F_3}{m_T} - \frac{F_r}{m_T} - \frac{F_m}{m_T}. \quad (32)$$

Вводя обозначения, получим:

$$\frac{du}{dt} = k_1 u + P_0 - k_2 - \rho^0 (1 + k) \frac{du}{dt}, \quad (33)$$

где $\rho^0 = \frac{\rho_{ж}}{\rho_m}$.

Опуская выкладки и обозначая $\chi = 1 + \rho^0 (1 + k)$, будем иметь:

$$\frac{du}{dt} + R_1 u - R_2 = 0, \quad (34)$$

где $R_1 = -\frac{k_1}{\chi}$, $R_2 = \frac{P_0 - k_2}{\chi}$, $P_0 = \frac{3P}{2d\rho_m}$,

$$k_2 P = \omega^2 \left(\frac{R_0^4}{r^3} + r \right), \quad k_1 = \frac{36v\rho_{ж}}{d^2 \rho_m}.$$

Выражение (34) точно совпадает с уравнением (31), поэтому решением его будет:

$$x = k_3 t - \frac{k_3}{k_1} (1 - e^{-k_1 t}), \quad (35)$$

где $k_3 = \frac{k_2}{k_1}$.

Окончательный вариант:

$$x_1 = \frac{2\omega^2 d^2 \rho_m \left(\frac{R_0^4}{r^3} + r\right) - 3dP}{72\nu\rho_{sc}} \times \left\{ t - \frac{d^2 \rho_m [1 + \rho^0(1+k)] \times \left[\exp\left(\frac{36\nu\rho_{sc} t}{d^2 \rho_m [1 + \rho^0(1+k)]}\right) - 1 \right]}{36\nu\rho_{sc}} \right\}. \quad (36)$$

Введение значения порозности, как это сделано через приведённые плотности (27) в уравнении (28), приведёт выражение (36) к следующему виду:

$$x_1 = \frac{2\omega^2 d^2 \varepsilon \rho_{0m} \left(\frac{R_0^4}{r^3} + r\right) - \frac{3dP}{\rho_m} \times}{72(1-\varepsilon)\nu\rho_{0sc}} \times \left\{ t - \frac{d^2 \varepsilon \rho_{0m} [1 + \rho^0(1+k)] \times \left[\exp\left(\frac{36\nu(1-\varepsilon)\rho_{0sc} t}{d^2 \varepsilon \rho_{0m} [1 + \rho^0(1+k)]}\right) - 1 \right]}{36\nu(1-\varepsilon)\rho_{0sc}} \right\}. \quad (37)$$

Полученное выражение ещё раз доказывает сложность исследуемого движения, учёт отдельных параметров которого в математической модели сразу же усложняет вид решения, делая его более громоздким и не очень простым для применения в практическом использовании.

Следовательно, можно констатировать, что ряд параметров, таких как размер и удельный вес частиц, порозность минерального слоя, влияют на характер и качественные характеристики движения твёрдых частиц в сепараторе при гравитационном обогащении минерального сырья.

В нашей задаче несомненный интерес представляет исследование движения твёрдой частицы в режиме, когда разрыхляющая вода подаётся в кольцевую ячейку периодически. Иными словами, расход или давление разрыхляющей воды меняется по гармоническому закону с определённой частотой [12; 13].

$$u(t) = \frac{k_3}{k_1} (1 - e^{-k_1 t}) - \frac{k_2 \Omega}{k_1^2 + \Omega^2} e^{-k_1 t} - \frac{k_2 \sin(\Omega t - \arctg \frac{\Omega}{k_1})}{\sqrt{k_1^2 + \Omega^2}}. \quad (38)$$

Анализ выражения (38) позволяет сделать заключение о том, что скорость частицы будет со временем падать при входе в кольцевую ячейку. При отрицательных значениях $\sin(\Omega t - \arctg \frac{\Omega}{k_1})$ она будет возрастать, чем и объясняется эффект проникновения твёрдых частиц ценного компонента вглубь ячейки, ранее не проявлявшийся при постоянных расходах (или давлении P_0) разрыхляющей (флюидизационной) воды, подаваемой в кольцевую ячейку.

Подставив в выражение скорости (38) значение коэффициентов k_1, k_2, k_3 , можно получить соответственно:

$$u(t) = \frac{\omega^2 \left(\frac{R_0^4}{r^3} + r\right) \rho_m d}{36\nu\rho_{sc}} \left(1 - \frac{1}{e^{-k_1 t}}\right) - \frac{P_0 \rho_m \Omega e^{-k_1 t}}{\left[1 + \frac{\Omega^2 \rho_m^2 d^2}{1296\nu^2 \rho_{sc}^2}\right] 864\nu^2 \rho_{sc}^2} - \frac{P_0 \sin(\Omega t - \arctg \frac{\Omega}{k_1})}{24\nu\rho_{sc} \sqrt{1 + \frac{\Omega^2}{k_1^2}}}. \quad (39)$$

Анализ данного выражения показывает, что равенство первого члена в правой части суммы второго и третьего членов приводит к остановке движения частицы, т. е. $u(t) = 0$. Вместе с тем если этот член больше суммы остальных двух членов, то частица будет продолжать продвигаться вглубь ячейки, и наоборот, если он меньше суммы, то частица будет выталкиваться из ячейки во внешний поток, который поднимается по внутренней стенке конуса сепаратора к разгрузке. Выражение (39) можно представить в следующем виде:

$$\frac{\omega^2 \left(\frac{R_0^4}{r^3} + r\right) \rho_m d \left(1 - \frac{1}{e^{-k_1 t}}\right)}{36\nu\rho_{sc}} \leq \dots \geq \frac{P_0}{24\nu\rho_{sc}} \left[\frac{P_0 \rho_m \Omega e^{-k_1 t}}{\left(1 + \frac{\Omega^2 \rho_m^2 d^2}{1296\nu^2 \rho_{sc}^2}\right) 36\nu\rho_{sc}} + \frac{\sin(\Omega t - \arctg \frac{\Omega}{k_1})}{\sqrt{1 + \frac{\Omega^2}{k_1^2}}} \right]. \quad (40)$$

Совершенно очевидно, что скорость будет падать с падением порозности, и наоборот, что физически отвечает реальной природе исследуемого процесса.

Переходя к определению расстояния, на которое сможет условно продвинуться твёрдая частица вглубь кольцевой ячейки, запишем решение вида:

$$x(t) = const + \int u(t) dt. \quad (41)$$

Отсюда с учётом выражения (39) следует:

$$x(t) = const + \frac{k_3}{k_1} \left(t + \frac{1}{k_1} e^{-k_1 t} \right) + \frac{k_2 \Omega}{k_1 (k_1^2 + \Omega^2)} e^{-k_1 t} + \frac{k_2 \cos(\Omega t - \arctg \frac{\Omega}{k_1})}{\Omega \sqrt{k_1^2 + \Omega^2}}. \quad (42)$$

Пренебрегая пока константой интегрирования, считая её несущественной и обозначая для простоты $const = x_0$, исследуем выражение (42).

Если в начале движения $k_1 t$ значительно меньше 1, то $e^{-k_1 t}$ можно разложить в ряд по степеням: $e^{-k_1 t} \approx 1 - k_1 t + 0(k_1^2 t^2)$, т.е. упрощаем выражение (42) следующим образом:

$$x(t) = x_0 + \frac{k_2 \Omega}{k_1 (k_1^2 + \Omega^2)} + \frac{k_3}{k_1^2} - \frac{k_2 \Omega}{k_1^2 + \Omega^2} t + \frac{k_2 \cos(\Omega t - \arctg \frac{\Omega}{k_1})}{\Omega \sqrt{k_1^2 + \Omega^2}}. \quad (43)$$

Откуда координата твёрдой частицы определится:

$$x(t) = x_0 + \frac{k_2 \Omega}{k_1 (k_1^2 + \Omega^2)} (1 - k_1 t) + \frac{k_2 \cos(\Omega t - \arctg \frac{\Omega}{k_1})}{\Omega \sqrt{k_1^2 + \Omega^2}}. \quad (44)$$

Даже из этого упрощённого и всего лишь оценочного выражения видно, что периодическая составляющая добавляет расстояние, которое частица проходит вглубь кольцевой ячейки. При этом в начале движения частица как бы не испытывает действия выходящей из ячейки разрыхляющей воды до момента вре-

мени: $t \leq \frac{1}{k_1}$, т.е. когда второй член выражения (44) – положительный, однако когда $\frac{1}{k_1}$ возрастает больше, значение второго члена становится отрицательным. Соответственно, разрыхляющая вода выталкивает твёрдую частицу из кольцевой ячейки и лишь положительное значение последнего периодического члена компенсирует это выталкивание до тех пор, пока с ростом t значение второго члена не превысит величину третьего и частица полностью прекратит движение вглубь кольцевой ячейки.

Твёрдая фаза при движении в пульпе по внутренней поверхности конуса сепаратора перераспределяется по крупности и весу. При этом крупные тяжёлые фракции заполняют всё пространство около стенки, препятствуя проникновению мелкой фракции (концентрата) в ячейки. Более того, заполнение самой ячейки происходит, в первую очередь, также крупной фракцией, которую затем приходится разрыхлять подачей флюидизирующей воды через отверстие в стенке ячейки, чтобы дать возможность попасть туда тонким частицам ценного компонента. При этом выход концентрата ограничен размерами ячеек конуса, самого сепаратора, режимом его работы, расходом разрыхляющей воды и формой твёрдых частиц.

Выводы. Подводя итог, можно отметить то, что теоретически обоснован подход и выведено уравнение (37), позволяющее рассчитать траекторию движения твёрдого зерна в восходящем потоке пульпы центробежного сепаратора. Определена центробежная радиальная сила, направляющая твёрдую фракцию в кольцевую ячейку сепаратора. Создана модель движения твёрдого зерна в ячейке, учитывающая кроме обычно рассматриваемых сил (тяжести, центробежной, Стокса, Кориолиса и других) давление подаваемой в ячейку разрыхляющей воды. В решении уравнения движения учтена порозность зернового слоя, присутствующая в первой степени в выражении координаты движения твёрдой частицы.

Построенные математические модели позволяют описать траектории твёрдой фазы в сепараторе на отдельных стадиях движения. Решение в такой постановке ряда модельных задач позволило качественно описать структуру распределения твёрдой фазы по размерам и удельному весу в восходящем по стенке рабочего конуса сепаратора потоке пульпы.

Список литературы

1. Афанасенко С. И. Научные основы создания центробежных концентраторов // Золото и технологии. 2023. № 2. С. 106–111.
2. Бурдонов А. Е., Лукьянов Н. Д. Применение методов теории управления при описании методов центробежной концентрации минерального сырья // Обогащение руд. 2022. № 4. С. 20–26.
3. Лучко М. С. Применение центробежной отсадочной машины для контрольного обогащения золотосодержащего сырья на ЗИФ // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2022. № 4. С. 67–73.
4. Перепелкин М. А., Скиянов В. И. Динамическое моделирование подвижности минеральной постели в центробежных концентраторах // Горная промышленность. 2021. № 2. С. 114–119.
5. Перепелкин М. А., Семькин Е. С., Мирошникова Л. К., Уфатова З. Г. Моделирование процесса центробежной сепарации минеральных частиц в гравитационном поле с применением метода конечных элементов // Горная промышленность. 2022. № 1. С. 128–132.
6. Самосий Д. А. Обзор центробежных концентраторов для извлечения золота. М.: AddRecovery, 2021. 30 с.
7. Федотов П. К., Сенченко А. Е., Федотов К. В., Бурдонов А. Е. Технологические исследования золотосодержащей руды с использованием методов центробежной концентрации // Известия Уральского государственного горного университета. 2023. Вып. 3. С. 77–86.
8. Chen Q., Yang H., Tong L., Niu H., Zhang F., Chen G. Research and application of a Knelson concentrator: A review // Minerals Engineering. 2020. Vol. 152. P. 106339.
9. Chen Q., Yang H., Tong L., Lin Y., Ali A. Ring-by-ring analysis and models of retained mass of quartz in a laboratory Knelson Concentrator // Minerals Engineering. 2020. Vol. 149. P. 106236.
10. Li L., Zhou M., Su X., Liu H., Liu Z., Liu F., Yuan Z., Liu J. Advancing particle forces and motion dynamics in centrifugal concentrator based on flow field simulation // Separation Science and Technology. 2024. Vol. 59, no. 17-18. P. 1837–1847.
11. Sakuhuni G., Altun N. E., Klein B. Modelling of continuous centrifugal gravity concentrators using a hybrid optimization approach based on gold metallurgical data // Minerals Engineering. 2022. Vol. 179. P. 107425.
12. Singh R., Sahu K., Ch G., Singh R., Padmanabhan N.P. H. Separation characteristics of centrifugal fluidized separator using binary density system // Mineral Processing and Extractive Metallurgy. 2021. Vol. 130, no. 3. P. 225–232.
13. Surimbayev B., Bolotova L., Akcil A., Yessengarayev Y., Khumarbekuly Y., Kanaly Y., Akzharkenovet M. Gravity concentration of gold-bearing ores and processing of concentrates: A review // Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review. 2024. P. 1–25.
14. Xie H., Sun R., Ren X., You Z. Development of a novel Fluidized Hydrocyclone Concentrator for mineral separation // Separation and Purification Technology. 2020. Vol. 248. P. 116960
15. Yuan Z., Zhou M., Li L., Liu Z., Liu F., Li N., Liu J. Numerical Simulation and Particle Trajectory Analysis of Knelson Centrifugal Separation Flow Field // Mining, Metallurgy & Exploration. 2024. No. 1–18.

References

1. Afanasenko S. I. Scientific foundations for the creation of centrifugal concentrators. Gold and Technology, no. 2, pp. 106–111, 2023. (In Rus.)
2. Burdonov A. E., Lukyanov N. D. Control theory applications when describing centrifugal concentration processes for mineral raw materials. Ore Enrichment, no. 4, pp. 20–26, 2022. (In Rus.)
3. Luchko M. S. Application of a centrifugal jigging machine for control enrichment of gold-bearing raw materials at a gold processing plant. Bulletin of Kuzbass State Technical University, no. 4, pp. 67–73, 2022. (In Rus.)
4. Perepelkin M. A., Sklyanov V. I. Dynamic modeling of mineral bed mobility in centrifugal concentrators. Mining Industry, no. 2, pp. 114–119, 2021. (In Rus.)
5. Perepelkin M. A., Semykin E. S., Miroshnikova L. K., Ufatova Z. G. Modeling the process of mineral particles centrifugal separation in a gravitational field using the finite element method. Mining Industry, no. 1, pp. 128–132, 2022. (In Rus.)
6. Samosiy D. A. Review of centrifugal concentrators for gold extraction. M: AddRecovery, 2021. 30 p. (In Rus.)
7. Fedotov P. K., Senchenko A. E., Fedotov K. V., Burdonov A. E. Technological studies of gold-bearing ore using centrifugal concentration methods. Proceedings of Ural State Mining University, iss. 3, pp. 77–86, 2023. (In Rus.)
8. Chen Q., Yang H., Tong L., Niu H., Zhang F., Chen G. Research and application of a Knelson concentrator: A review. Minerals Engineering, vol. 152, pp. 106339, 2020. (In Eng.)
9. Chen Q., Yang H., Tong L., Lin Y., Ali A. Ring-by-ring analysis and models of retained mass of quartz in a laboratory Knelson Concentrator. Minerals Engineering, vol. 149, pp. 106236, 2020. (In Eng.)

10. Li L., Zhou M., Su X., Liu H., Liu Z., Liu F., Yuan Z., Liu J. Advancing particle forces and motion dynamics in centrifugal concentrator based on flow field simulation. *Separation Science and Technology*, vol. 59, no. 17-18, pp. 1837–1847, 2024. (In Eng.)
11. Sakuhuni G., Altun N. E., Klein B. Modelling of continuous centrifugal gravity concentrators using a hybrid optimization approach based on gold metallurgical data. *Minerals Engineering*, vol. 179, pp. 107425, 2022. (In Eng.)
12. Singh R., Sahu K., Ch G., Singh R., Padmanabhan N.P. H. Separation characteristics of centrifugal fluidized separator using binary density system. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy*, vol. 130, no. 3, pp. 225–232, 2021. (In Eng.)
13. Surimbayev B., Bolotova L., Akcil A., Yessengarayev Y., Khumarbekuly Y., Kanaly Y., Akzharkenovet M. Gravity concentration of gold-bearing ores and processing of concentrates: A review. *Mineral Processing and Extractive Metallurgy Review*, pp. 1–25, 2024. (In Eng.)
14. Xie H., Sun R., Ren X., You Z. Development of a novel Fluidized Hydrocyclone Concentrator for mineral separation. *Separation and Purification Technology*, vol. 248, pp. 116960, 2020. (In Eng.)
15. Yuan Z., Zhou M., Li L., Liu Z., Liu F., Li N., Liu J. Numerical Simulation and Particle Trajectory Analysis of Knelson Centrifugal Separation Flow Field. *Mining, Metallurgy & Exploration*, no. 1-18, 2024. (In Eng.)

Информация об авторе

Сенченко Аркадий Евгеньевич, генеральный директор ООО Научно-исследовательский и проектный институт «ТОМС», г. Иркутск, Россия; ark-senchenko@yandex.ru. Область научных интересов: обогащение полезных ископаемых.

Information about the author

Senchenko Arkady E., general director, LLC Scientific Research and Design Institute TOMS, Irkutsk, Russia; ark-senchenko@yandex.ru. Scientific interests: mineral processing.

Для цитирования

Сенченко А. Е. Обоснование комбинированного способа подачи воды в центробежный концентратор // Вестник Забайкальского государственного университета. 2024. Т. 30, № 4. С. 80–88. DOI: 10.21209/2227-9245-2024-30-4-80-88.

For citation

Senchenko A. E. Justification of the combined method of supplying water to a centrifugal concentrator // Transbaikal State University Journal. 2024. Vol. 30, no. 4. P. 80–88. DOI: 10.21209/2227-9245-2024-30-4-80-88.